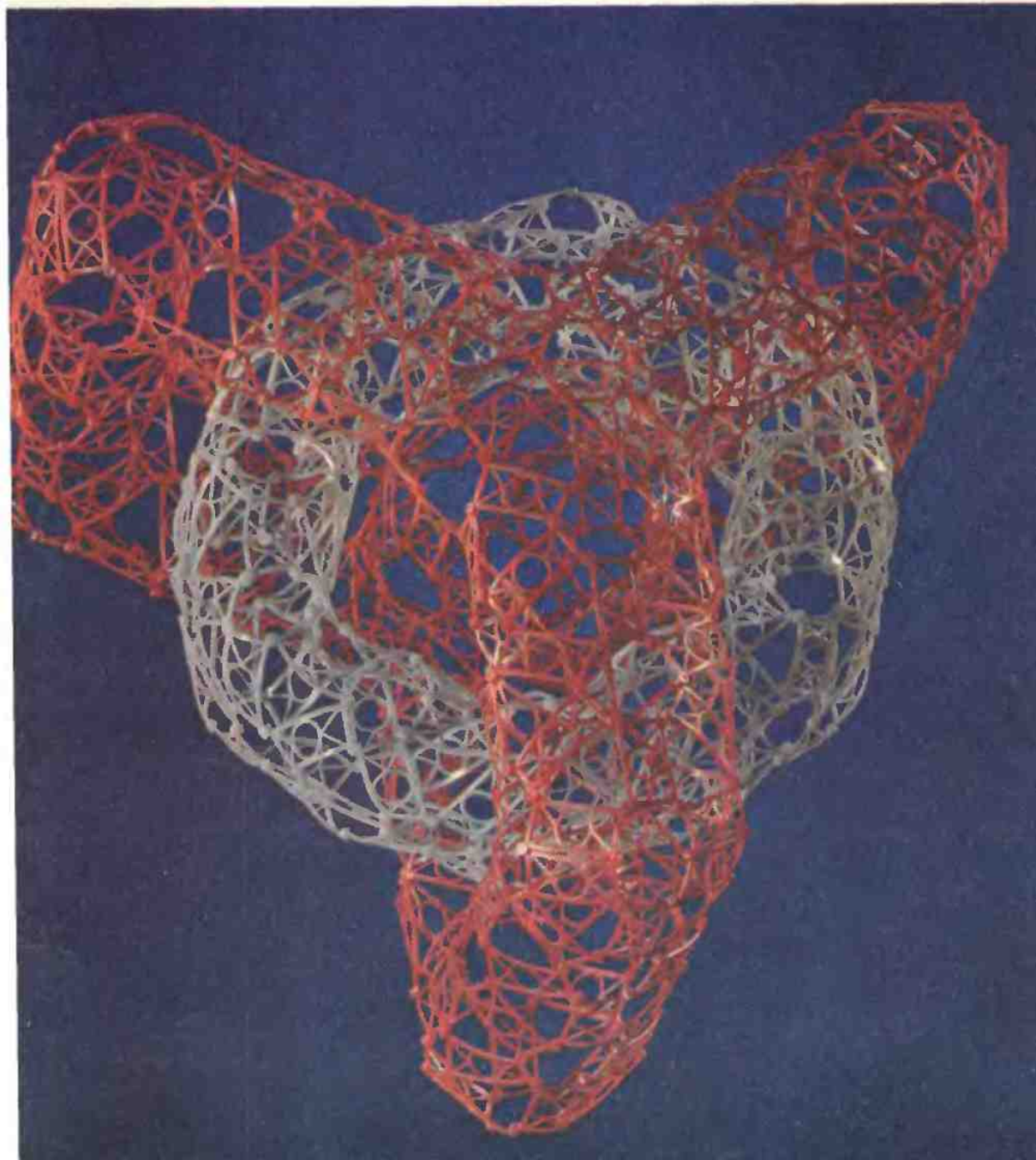


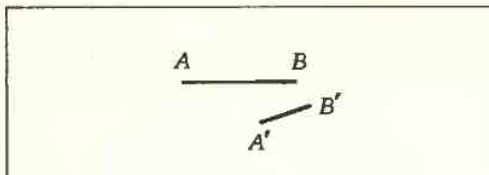
ISSN 0130-2221

# Квант

**7**  
1979

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ  
АКАДЕМИИ НАУК СССР И АКАДЕМИИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАУК СССР





$r=10$  см, толщина стенки  $h=0,5$  мм. Найти амплитуду индукции магнитного поля, при которой начнется пластическая деформация трубы. Максимальное давление, при котором начинается пластическая деформация трубы, равно  $p_m=10^7$  Па. Удельное сопротивление материала трубы  $\rho=3 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

9. Дан предмет  $AB$  и его изображение  $A'B'$  в линзе (см. рисунок). Найти расположение линзы, считая ее тонкой. Указать расположение главных фокусов линзы.

10. Часовщик в обычной жизни носит очки оптической силой  $D=-6$  дптр. Для работы с часовыми механизмами он снимает очки и приставляет к глазу лупу, на которой обозначено, что она дает пятикратное увеличение. Какое в действительности он получает увеличение лупы?

Ю. Максимов, Ю. Молодкин, П. Соболев

## Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

### Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Отец хочет разделить 180 яблок между пятью своими детьми. Половину яблок он отдает своим сыновьям, которые делят их между собой поровну, а другую половину отдает дочерям, которые тоже делят их поровну. Оказалось, что каждая дочь получила на 15 яблок больше, чем каждый сын. Сколько у отца было сыновей и дочерей?

2. Решить уравнение  
 $\sin^2 2x + \sin^2 x = 1.$

3. Решить уравнение

$$\frac{x}{3^5} + 3 \frac{x-10}{10} = 84.$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x)=3x^3-9x^2+2$  в промежутке  $[-1; 1]$ .

5. Дано  $p$  арифметических прогрессий, каждая из которых содержит  $n$  членов. Их первые члены соответственно равны  $1, 2, 3, \dots, p$ , а разности  $1, 3, 5, \dots, 2p-1$ . Найти сумму членов всех прогрессий.

### Вариант 2

1. Мотоциклист задержался у шлагбаума на 24 мин. Увеличив после этого скорость на 10 км/час, он изверстал опоздание на перегоне в 80 км. Определить скорость мотоциклиста до задержки.

2. Решить уравнение  
 $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0.$

3. Решить уравнение  
 $\frac{\lg 8 - \lg(x-5)}{\lg \sqrt{x+7} - \lg 8} = -1.$

4. Найти максимумы и минимумы функции

$$f(x) = x \cdot e^{x-x^2}.$$

5. Решить уравнение  
 $2^{1-\log_2 x + \log_2^2 x - \log_2^3 x + \dots} = x.$

С. Мальчиков

## Саратовский политехнический институт

Саратовский политехнический институт является в настоящее время крупнейшим вузом Поволжья. История его ведет свой счет с 1930 года, когда в Саратове был открыт автомобильно-дорожный институт. В мае 1960 года Саратовский автомобильно-дорожный институт был преобразован в политехнический. Ныне ежегодный выпуск составляет свыше 2500 человек.

Подготовку 17 тысяч студентов института — будущих инженеров по 28 специальностям — ведут свыше 1000 преподавателей, в том числе 25 профессоров и почти 500 доцентов и кандидатов наук.

В институте имеются шесть факультетов дневного обучения: *автомеханический, дорожно-строительный, строительный, машиностроительный, энергетический и факультет электронной техники и приборостроения*. Кроме того, имеются филиалы в городах Саратовской области — Балакове, Балашове, Вольске и Энгельсе. При институте имеется подготовительный факультет, работают подготовительные курсы с различным объемом учебных программ.

Все обучающиеся в СПИ в обязательном порядке осваивают новейшую вычислительную технику, пользуются прекрасной научно-технической библиотекой, выполняют различные задания в хорошо оснащенных лабораториях.

### Математика

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Плоская фигура состоит из прямоугольника и равностороннего треуголь-

ника, имеющего с прямоугольником общую сторону. Каковы должны быть размеры фигуры, чтобы при данном периметре  $p$  площадь фигуры была наибольшей? (Общая сторона прямоугольника и треугольника не входит в периметр  $p$ .)

2. Предварительно упростив выражение, найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg}^3 x}{2 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x}.$$

3. В геометрической прогрессии дано:  $a_1 + a_6 = 51$ ,  $a_2 + a_5 = 102$ . При каком  $n$  сумма  $S_n = 3069$ ?

4. Решить уравнение

$$\sin 6x + \sin 2x = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x.$$

В а р и а н т 2

1. Предварительно упростив выражение

$$\left( \frac{x+8}{\sqrt[3]{x^2-4}} - \frac{2\sqrt[3]{x^2}-4\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2-4}\sqrt[3]{x+4}} \right)^{-1} \times (x-2\sqrt[3]{x^2}),$$

найти предел при  $x \rightarrow 8$ .

2. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, боковые стороны которого равны  $a$ . Боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $\beta$ . В этой пирамиде проведена плоскость через ее высоту и вершину угла, заключенного между равными боковыми сторонами треугольника, лежащего в основании. Определить площадь полученного сечения.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + 4x^2$  на отрезке  $[-1; 1]$ .

4. Решить уравнение

$$\cos x - \cos 2x - \sin 3x = 0.$$

Ю. Сунгурцев

(Начало см. с. 20, 32, 43)

28, 31, 32; Р. Бабаев (Баку) 23, 24; А. Барзыкин (п. Черноголовка Московской обл.) 23—26, 28, 31, 32; В. Беркут (Днепропетровск) 24, 26; Г. Борисов (Новосибирск) 26—28; М. Валейко (Киев) 23, 31; А. Велько (п. Сахарный Завод Минской обл.) 23, 24, 28; М. Гаврилов (п. Черноголовка Московской обл.) 23—28, 30—32; А. Герашенко (Новосибирск) 30; Л. Гитлин (Витебск) 28; М. Гольцман (Днепропетровск) 24, 27, 28, 31; И. Гопич (Новосибирск) 23, 26, 28, 31; О. Гордиенко (Павлодар) 24; И. Грузберг (Пермь) 23; А. Гуляев (Москва) 23; И. Даниловский (Горький) 23, 25, 28, 31, 32; В. Дидух (Львов) 31; С. Довбыш (Москва) 28, 31; С. Долженко (Донецк) 23, 24, 26—28, 31, 32; А. Дремин (п. Черноголовка Московской обл.) 23, 24; А. Елишевич (Черингов) 28; А. Ермолин (Петрозаводск) 23, 28; В. Жордочкин (Орск) 23, 24, 30, 31; К. Жуков (Москва) 23—27; Г. Заславский (Тбилиси) 28; Е. Зудин (Александров) 23, 25—32; А. Иовайта (Каунас) 28, 32; Ф. Кабдыкаширов (Алма-Ата) 24—26; А. Капрелов (Тбилиси) 28; В. Карапетян (Ленинакан) 26; А. Клинк (Ковров) 31; В. Ковтуненко (Киев) 28, 32; Е. Коган (Днепропетровск) 23, 32; Г. Кожаридзе (Телави) 23, 32; Д. Коломийцев (Сумгаит) 23, 24, 28; И. Коротков (Волгоград) 26, 31, 32; А. Костерев (Семилуки) 23—25, 27, 28, 31, 32; А. Крупец (Курск) 24, 31; Е. Кузьмин (Череповец) 25, 28, 29; А. Куприн (Москва) 23—29; В. Курьян (Ростов-на-Дону) 23—28; В. Лашкин (Киев) 23—28, 30—32; А. Леонович (Лида) 23, 24, 28; Д. Людмирский (Киев) 24—28, 31, 32; С. Маламанов (Ленинград) 31; Р. Мешойер (Моск-

ва) 23; А. Минаев (Саратов) 28, 29, 31; А. Могильнер (Свердловск) 27, 28, 32; А. Молотовщиков (Тейково) 23, 24, 27, 28, 31; И. Молчанов (Киев) 25, 27; С. Молчанов (Сумы) 28, 31; В. Никифоров (Великие Луки) 28; Д. Нишвианидзе (Кутаиси) 28; А. Оглоблин (Иркутск) 23, 27, 28, 30, 31; С. Омельченко (Жданов) 31; И. Омельян (Львов) 23, 26—29, 31; О. Оразмамедов (р/ц Кызыл-Атрек ТССР) 27, 28; А. Орлов (п. Черноголовка Московской обл.) 24—28, 31, 32; Т. Павелкина (Киев) 23, 24, 26—28, 31; И. Педак (Запорожье) 24; А. Перов (Москва) 24—26, 28, 31, 32; А. Праймо (Гоголин, ПНР) 28, 31; С. Прядкин (Киев) 23, 24, 26—28, 31, 32; С. Пузанов (Одинцово) 32; С. Пушкарев (Курск) 24, 29, 30; Л. Райков (Невель Псковской обл.) 23, 24; В. Редиккульев (Москва) 23—27; И. Романовский (Лида) 23, 24, 26, 27, 31; И. Рузин (Ленинград) 23, 24, 26, 27; И. Савенков (р. п. Лысье Горы Саратовской обл.) 23—28, 31, 32; О. Самохин (Железногорск) 28, 31; С. Сафронюк (Ровно) 23, 24, 26, 28, 31; В. Сачков (Чебоксары) 23—26, 28, 31; В. Середа (Львов) 23, 28, 30, 31; И. Сильвестров (Новосибирск) 23—32; В. Симонов (Оренбург) 23, 24, 26; А. Степанович (Никольский Карагандинской обл.) 23, 28; С. Трохов (Оренбург) 23, 24, 26—28, 31, 32; К. Трутнев (Казань) 23—26, 28—32; О. Трушин (Кострома) 27; Н. Федин (Омск) 23, 25—32; С. Хосид (Алма-Ата) 28, 31, 32; А. Чекмезов (Москва) 23, 24, 26; В. Шаблинский (Киев) 28, 32; В. Шарафян (Ереван) 24; А. Ширяев (с. Рождествено МордАССР) 28; С. Шичанин (Невинномысск) 23—28, 30, 32; С. Шишков (Москва) 23—32; Е. Шкляр (Гомель) 28; М. Эфроимский (Ленинград) 23—32; М. Яковлев (Кемерово) 26; В. Яровой (Ленинград) 24—28, 31, 32.



Проверь себя

VIII класс. Алгебра. 1 — А, 2 — Г, 3 — Б, 4 — В, 5 — В, 6 — Б. Геометрия. 7 — Г, 8 — Г, 9 — Д, 10 — А.

IX класс. Алгебра и начала анализа. 1 — А, 2 — В, 3 — Г, 4 — Б, 5 — В, 6 — Г. Геометрия. 7 — Д, 8 — Б, 9 — В, 10 — Г.

X класс. Алгебра и начала анализа. 1 — Б, 2 — В, 3 — В, 4 — Б, 5 — Г, 6 — В. Геометрия. 7 — Д, 8 — Б, 9 — А, 10 — В.

Можно ли проверить ответ?

1. Правильный ответ:

$$x = \frac{m}{M+m} L.$$

2. См. рис. 1.

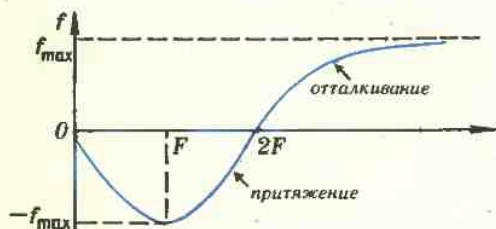


Рис. 1.

Варианты вступительных экзаменов в вузы в 1978 году

Московский автомобильно-дорожный институт

Математика

Вариант 1

1.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$ . 2.  $\ln 2 - \frac{5}{8}$ . 3.  $x = \frac{\pi}{4}k (k \in \mathbb{Z})$ .

4.  $] - 1; 3[ \cup ] 3; +\infty[$ . 5.  $\left\{ \left( \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right\}$ .

Вариант 2

1. Точка 0 — точка минимума, промежутки убывания —  $] - \infty; 0[$  и  $] 1; +\infty[$ , промежуток возрастания —  $] 0; 1[$ . 2.  $3 \cdot 10 \frac{2}{7} \cdot \pi$ .

3.  $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k (k \in \mathbb{Z})$ . 4.  $] - \infty; -\frac{14}{3}[ \cup$

$] 4; +\infty[$ . 5.  $\left\{ \frac{1}{16}; 1 \right\}$ .

Физика

Вариант 1

2.  $|\vec{a}| = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g = 0,98 \text{ м/с}^2$ ;

$|\vec{F}| = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2} g = 8,8 \text{ Н}$ .

3.  $T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = 586 \text{ К}$ .

4.  $r = \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} = 0,1 \text{ Ом}$ ;

$\mathcal{E} = I_1 r + P_1 / I_1 = 2,2 \text{ В}$ .

5. См. рис. 2.

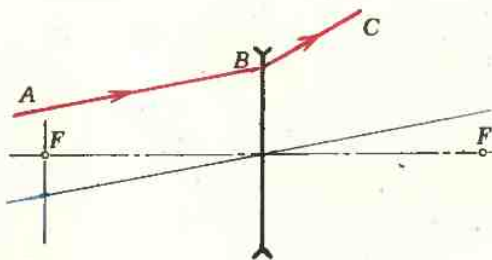


Рис. 2.

Вариант 2

2.  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}| \sqrt{1 - m/M}$ ;

$|\vec{v}_2| = |\vec{v}| m/M$ .

3.  $A = p_1 (V_2 - V_1) + p_4 (V_4 - V_3) = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

4.  $A = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$ .

5.  $n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}} = 1,15$ .

Московский инженерно-строительный институт им. В. В. Куйбышева

Математика

Вариант 1

1. Первый — 46, второй — 40.

2.  $(\sqrt{5} + 1)a^2$ . 3.  $\left\{ \frac{9}{16} \right\}$ . 4.  $x = \pi + 2\pi k (k \in \mathbb{Z})$ .

5.  $] - 5; 0[$ .

Вариант 2

1. 40 коп., 60 коп., 80 коп., 1 руб.

2. 2:  $\frac{3}{4} \sqrt{3}; \frac{3}{2} \sqrt{3}$ . 3.  $] - \infty; -\frac{1}{3}[ \cup$

$] 1; +\infty[$ . 4.  $x = \frac{\pi}{4} + \pi k (k \in \mathbb{Z})$ . 5.  $\arctg 9$ ;

$y = 9x - 23,25$ .

$$10. \Gamma' = \frac{\Gamma - 1}{1 - Dd_0} + 1 = 2,6.$$

Ленинградский  
электротехнический институт  
им. В. И. Ульянова (Ленина)

**М а т е м а т и к а**

**В а р и а н т 1**

1. 3 сына, 2 дочери. 2.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}k (k \in \mathbb{Z})$ . 3. {20}. 4.  $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = 2$ ,  $\min_{[-1; 1]} f(x) = f(-1) = -10$ .  
5.  $\frac{np}{2} (1 + np)$ .

**В а р и а н т 2**

1. 40 км/час. 2.  $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k (k \in \mathbb{Z})$ . 3. {9}. 4.  $x = -\frac{1}{2}$  — точка минимума,  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{4}}$ ;  
 $x = 1$  — точка максимума,  $f(1) = 1$ .  
5.  $\sqrt{2\sqrt{5}-1}$ .

Саратовский политехнический институт

**М а т е м а т и к а**

**В а р и а н т 1**

1. Длины сторон прямоугольника равны  $\frac{p}{6 - \sqrt{3}}$  и  $\frac{p(3 - \sqrt{3})}{2(6 - \sqrt{3})}$ ; треугольник построен на большей стороне. 2.  $\frac{3}{4}$ .  
3. 10. 4.  $x_1 = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$ ,  $x_2 = \frac{\pi}{2}l (k, l \in \mathbb{Z})$ .

**В а р и а н т 2**

1. 4. 2.  $\frac{a^2}{4} \operatorname{tg} \beta$ . 3.  $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(1) = 4 \frac{1}{5}$ ,  $\min_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = 0$ . 4.  $x_1 = \frac{2\pi}{3}k$ ,  $x_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l$ ,  $x_3 = \frac{\pi}{4} + \pi m (k, l, m \in \mathbb{Z})$ .

«Квант» для младших школьников

(см. «Квант» № 6)

1. Обозначим длину третьей стороны через  $x$ . Тогда по неравенству треуголь-

ника  $6,31 + 0,82 = 7,13 > x$  и  $0,82 + x > 6,31$ , т. е.  $x > 6,31 - 0,82 = 5,49$ . Значит,  $x = 6$  или  $x = 7$ .

2. Каждому многоугольнику с вершинами только в белых точках поставим в соответствие многоугольник с вершинами в тех же белых точках и в красной точке.

Поэтому «белых» многоугольников не больше «красных». Лишними остаются «красные» треугольники.

3. Известно, что сумма цифр делящегося на 9 числа сама делится на 9. Следовательно,  $A$ ,  $B$  и  $C$  делятся на 9. Поскольку сумма цифр 1979-значного числа не превосходит  $9 \times 1979 = 17811$ , число  $A$  записывается не более чем пятью цифрами. Следовательно, сумма цифр числа  $A$  не более  $9 \times 5 = 45$  и  $B$  не превосходит 45, а сумма цифр числа  $B$  не более  $3 + 9 = 12$ . Поскольку  $C$  делится на 9 и не превосходит 12,  $C = 0$  или  $C = 9$ . Если  $C = 0$ , то  $B = A = a = 0$ , что противоречит условию. Ответ.  $C = 9$ .

4. Рассмотрим произведение всех чисел на шахматной доске. Оно не меняется при операции, поскольку умножается при этом на  $(-1)^8 = 1$ . Значит, оно равно своему начальному значению  $(-1)^{63} = -1$ . Поэтому невозможно получить +1 во всех клетках, так как в этом случае произведение есть 1.

5. Хочется ответить — 12 яиц. Однако такой ответ неверен, поскольку 1 курица снесет за 3 дня 1 яйцо, за 12 дней — 4, а 12 курок за 12 дней —  $4 \times 12 = 48$ .

Номер готовили:

А. Виленкин, И. Клумова, Т. Петрова,  
А. Сосинский, В. Тихомирова,  
Ю. Шиханович

Номер оформили:

М. Дубах, Г. Красиков, Э. Назаров,  
И. Смирнова, В. Чернов

Зав. редакцией Л. Чернова

Художественный редактор Т. Макарова

Корректоры Т. Пянькова, Н. Румянцева

113035, Москва, М-35, Б. Ордынка, 21/16.

«Квант», тел. 231-53-62

Сдано в набор 3/IV-79

Подписано в печать 18/VI-79

Бумага 70x108<sup>1/16</sup>. Физ. печ. л. 4

Усл. печ. л. 5,6 Уч.-изд. л. 7,11 Т-09893

Цена 30 коп. Заказ 965. Тираж 277 656 экз.

Чеховский полиграфический комбинат  
Союзполиграфпрома  
Государственного комитета СССР  
по делам издательства, полиграфии  
и книжной торговли  
г. Чехов Московской области

Рукописи не возвращаются